

Behavior of geodesics in foliated manifolds with bundle-like metrics

著者	Yorozu Shinsuke
内容記述	Thesis--University of Tsukuba, D.Sc. (B), no. 132, 1983. 3. 25
発行年	1983
URL	http://hdl.handle.net/2241/4767

【79】

氏 名 (本 籍) ^{よろず} 萬 ^{しん} 伸 ^{すけ} 介 (岩手県)

学 位 の 種 類 理 学 博 士

学 位 記 番 号 博 乙 第 132 号

学 位 授 与 年 月 日 昭和58年 3 月 25 日

学 位 授 与 の 要 件 学位規則第 5 条第 2 項該当

審 査 研 究 科 数学研究科

学 位 論 文 題 目 Behavior of geodesics in foliated manifolds with bundle-like metrics
(バンドル・ライク計量をもつ葉層多様体内の測地線の挙動)

主 査 筑波大学教授 理学博士 高 橋 恒 郎

副 査 筑波大学教授 理学博士 中 川 久 雄

副 査 筑波大学教授 理学博士 塩 浜 勝 博

副 査 筑波大学教授 理学博士 中 川 良 祐

論 文 の 要 旨

葉層多様体の研究は, C. Ehresmann, A. Haefliger, G. Reeb等により始められ, 積多様体, 均質多様体, ファイバー・バンドル, 変換群の軌道空間の研究等への広い範囲の応用が考えられる。

葉層多様体の研究には, 多様体が葉層構造をもつためにみたさなければならない位相的性質を調べる位相幾何学的研究と, 多様体が葉層構造をもつことが多様体上のリーマン計量にどのような影響を与えるかを調べ, そのことから逆に葉層構造をリーマン計量によって特徴づけようとする微分幾何学的研究とがある。

著者は, 微分幾何学的立場から葉層多様体の研究をすすめ, まず, B. L. Reinhartによって導入されたバンドル・ライク計量の基本的性質を系統的に調べ, ついで, その測地線と葉層構造との関係を詳しく調べている。著者が本論文で得た主な結果は次のようである。

- (1) 葉層多様体上に与えられたリーマン計量が, バンドル・ライク計量であるための必要十分条件が, 測地線のもつ性質を用いて次のように述べられる: 葉層リーマン多様体のすべての葉が全測地的であるとき, そのリーマン計量がバンドルライクであるためには, すべての測地線が葉と定角をなしていることが必要十分である。
- (2) 葉層多様体の葉と測地線との関係の 1 つとして, 次の結果が得られる: 余次元が 1 のバンドル・ライク計量をもつ葉層多様体において葉に直交する測地線に沿っては, その葉の焦点は存在しない。

- (3) 回転面の類似性より、葉層多様体に「胴回り」なる概念を導入し、次の結果が得られている：
バンドル・ライク計量をもつ葉層多様体のすべての葉が全臍的であって、各々の葉の平均曲率ベクトルが、或る関数 f を用いて $-\text{grad } f$ で与えられているならば、葉層は「胴回り」 e^f なるクレロー葉層である。
- (4) 葉層多様体に自然に導入される第2接続と、バンドル・ライク計量のLevi-Civita接続との関係を調べ、第2接続の曲率に適当な条件を仮定すると、葉に直交する測地線に沿っては、その葉の焦点は存在しないことを示している。

審 査 の 要 旨

著者が本論文で取り上げたバンドル・ライク計量をもつ葉層多様体内の測地線については、これまで組織的な研究はなされておらず、著者によって初めてまとまった研究がなされたものである。バンドル・ライク計量は、積計量、Riemannian submersion等の一般化であり、葉層構造と密接な関係にある計量で、葉層多様体上の計量としては最も自然な計量と考えられる。したがってその測地線も当然葉層構造と密接に関連していることが期待されていた。本論文の結果は、種々の実例から予測されていたものもあるが、本論文において初めて系統的に理論化され証明を与えられたものである。

葉層リーマン多様体の微分幾何学的研究は始められたばかりであって、研究論文も少なく、本論文は今後のこの方面への研究に大きな影響を与えるものとして高く評価されており、既に本論文の影響を受けて新たな研究結果が出ている。

又本論文中各所に与えられている実例は今後の研究に多くの示唆を与えるものと思える。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。